ISSN 2223–5620 (Print), ISSN 2411–1554 (Online)
Електромагнітна сумісність та
безпека на залізничному транспорті, 2016, № 12

УДК 619.6:533.6

А. В. СОХАЦЬКИЙ – д. т. н., проф., Університет митної справи та фінансів, кафедра транспортних систем та технологій, Дніпро, Sokhatsky_anatoly@ukr.net

ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОБТІКАННЯ ШВИДКІСНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ ТИПУ MAGLEV

Актуальність

Розробка та удосконалення транспортних апаратів є актуальною проблемою сьогодення. Її розв'язування можливо двома шляхами: перший – проектування нових типів транспортних апаратів із використанням традиційних технічних принципів; другий – розробка нових видів транспортних апаратів, що використовують нові фізичні принципи забезпечення руху, підтримки, стабілізації і системи керування.

До другого напрямку розвитку транспорту відноситься створення швидкісних транспортних апаратів на надпровідних магнітах (MAGLEV TRAIN) [1, 2]. Високі швидкості руху цих транспортних апаратів потребують обов'язкового урахування аеродинамічних процесів. Виникають додаткові проблеми з істотним впливом аеродинамічних навантажень на забезпечення стійкості та безпеку руху транспортного апарата. Наявність шляхової структури накладає обмеження на кінематичні параметри руху. Таким чином, виникає необхідність у проведенні досліджень аеродинаміки та динаміки руху нових перспективних транспортних апаратів на надпровідних магнітах.

На сьогодні для визначення проектних аеродинамічних характеристик транспортних засобів в основному використовуються експериментальні методи та емпіричні співвідношення. З'явились роботи, що базуються на методах особливостей, квадрупольній теорії крила, потенціалу прискорень, зрощених асимптотичних рознесень. При цьому використовуються різного роду припущення, які спрощують задачу, але не завжди повномірно відтворюють фізичні особливості явищ. Останнім часом все частіше використовують більш точні методи, що базуються на рівняннях Ейлера та Нав'є–Стокса. Проте побудова математичних моделей з їх використання і на сьогодні є проблематичною.

Проблеми моделювання обтікання транспортних засобів

Поле течії навколо транспортного апарата уявляє собою складну турбулентну течію. В свою чергу турбулентна течія - це складна хвильова динаміка, складовими якої є три види руху: поступальне, обертальне і деформаційне. У чистому вигляді кожна з цих течій виявляється досить рідко і у випадках, що ідеалізуються. Як правило, вони взаємозв'язані і утворюють складну інтерференцію у вигляді стійких конфігурацій. Найбільш характерним для турбулентної течії є деформаційний рух у вигляді кручення потоку. Прикладом такої течії і є вихорові сліди літаків. В даний час цей вигляд руху найменш вивчений.

На сьогодні найбільш досконалою математичною моделлю в'язкої стисливої течії є рівняння Нав'є-Стокса. Правомірність їх використання підтверджується багаточисельними дослідженнями [3–11]. Фундаментальною основою їх використання є те, що просторово-часові масштаби турбулентності істотно переважають просторово-часові масштаби молекулярного руху. Турбулентні течії володіють наступними властивостями: вихорова природа, нелінійність, континуальність, нерегулярність, тривимірність, високі числа Рейнольдса, дисипативність, дифузійність. З теоретичної точки зору турбулентні течії представляють собою відкриту нелінійну механічну систему з великою кількістю ступенів свободи.

ISSN 2223–5620 (Print), ISSN 2411–1554 (Online)
Електромагнітна сумісність та
безпека на залізничному транспорті, 2016, № 12

Для моделювання турбулентних течій найбільш поширеними є наступні підходи (рис. 1):

1. Пряме числове моделювання (Direct Numerical Simulation – DNS).
2. Метод великих вихорів(Large Eddy Simulation – LES).
3. Осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса. (Reynolds-Averaged Navier-Stokes – RANS)

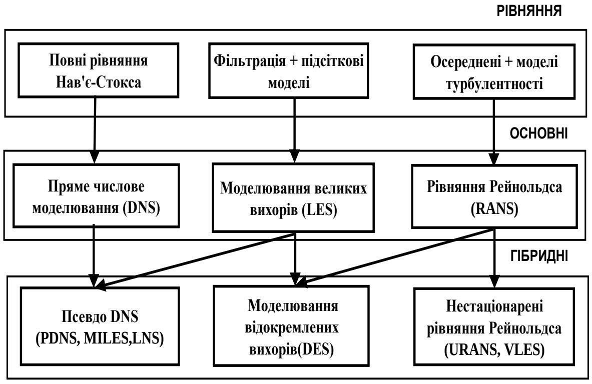


Рис. 1. Класифікація методів моделювання турбулентних течій

Метод DNS основується на числовому розв'язуванні системи рівнянь Нав'є-Стокса та дозволяє моделювати в загальному випадку рух в'язких стисливих газів з урахуванням хімічних реакцій, як ламінарних, так і, турбулентних режимів. Не потребує додаткових рівнянь. Розв'язуються нестаціонарні рівняння Нав'є-Стокса з дуже малим кроком по простору та за часом.

При використані методу DNS розрізняються усі масштаби турбулентності. Це дозволяє розрахувати амплітудно-частотні та середні характеристики потоку шляхом осереднення за достатньо довгим інтервалом часу. Використання DNS вимагає застосування потужних обчислювальних ресурсів. На сьогодні можливості застосування DNS обмежуються простою геометрією фізичної області та невеликими числами Рейнольдса ($\mathrm{Re} = 10^3 \div 10^4$)

Характерною особливістю течій, що розраховуються в рамках DNS є їх просторова обмеженість з невеликими числами Рейнольдса. Враховуючи співвідношення поміж характерними масштабами енергомістких вихорів і характерними масштабами вихорів, що розсіюють кінетичну енергію, отримують оцінку необхідної кількості вузлів різницевої сітки та числа кроків за часом, що робить проблематичним розрахунки.

Згідно прогнозу Ф. Спаларта широке використання DNS для розв'язування практичних задач стане можливим в кінці XXI сторіччя [11]

Метод великих вихорів (LES) займає проміжне становище поміж прямим числовим моделюванням та осередненими рівняннями Нав'є-Стокса.

Він базується на двох припущеннях [6]:

1. Поле течії розділяється на рух великих та дрібних вихорів. Великі вихори розраховуються. Дрібномасштабна турбулентність вважається ізотропною і має універсальний характер.
2. Приймається гіпотеза про статичну незалежність великих та дрібних вихорів. Нелінійна взаємодія поміж великими та малими вихорами визначається через великі вихори з використанням підсіткових моделей.

В методі LES розв'язуються відфільтровані по простору рівняння Нав'є-Стокса і розрізняється рух тільки великих вихорів. Їх розміри визначаються межовими умовами. Великомасштабні компоненти турбулентності утворюються із середньої течії шляхом подолання в'язких напружень. Мілкі вихори мають більш універсальну структуру та характеристики, які визначаються швидкістю дисипації кінетичної енергії і в'язкістю. Вони порівняно слабо залежать від геометрії течії і зовнішніх умов. Їх моделюють за допомогою моделей підсіткового масштабу, які побудовані на основі концепції вихорової в'язкості або інших наближень процесу переносу. Для забезпечення розрізнення великих вихорових структур, що лежать за межами інерційного інтервалу, задовольняючого закону «п'яти третіх» потрібно використовувати надто дрібні сітки. Для врахування впливу вихорів, що менші розміру розрахункової комірки використовуються емпіричні співвідношення.

Найбільш використовуваними фільтруючими функціями є фільтри Гаусса, Фур'є, коробочний . З поширенням методу контрольних об'ємів, фільтрація виконується в результаті інтегрування диференціальних рівнянь, що представляють закони збереження, по контрольним об'ємам різницевої сітки.

В порівняні з DNS, LES потребую набагато менших ресурсів електронно-обчислювальних машин. Аналіз показує, що кількість вузлів для LES складає біля 5 % кількості вузлів необхідних при використанні DNS [2, 6].

Основною проблемою для LES залишається визначення похідних для розрізнення найдрібніших масштабів.

Підсіткові моделі, що використовуються в методі LES мають властивості значної дифузії та дисипації. Це дозволяє переборювати значні обчислювальні труднощі необхідні стійкості розрахунку.

На сьогодні перевірено ефективність використання в методі LES значної кількості підсіткових моделей, межових умов, скінченно-різницевих схем [2, 6]. Проте вибір підсіткових моделей, межових умов, скінченно-різницевих схем залишаються проблематичним. Розробка універсальних пристінних функцій для постановки межових умов дозволила б LES виконувати розрахунки складних течій з малими відривними зонами та точками переходу. Метод LES обмежується дослідженням течій в масштабах, що не перевищують ширини фільтру (рис. 2).

На сьогодні найбільш поширеним підходом для моделювання турбулентних течій залишається напівемпірична теорія турбулентності. Напівемпіричні моделі турбулентності, розроблені для розрахунку стаціонарних і слабо стаціонарних течій. Їх калібрування обмежується вибором емпіричних констант для тонких зсувних шарів. Напівемпірична теорія турбулентності застосовується при розв'язуванні осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса. Метод RANS дозволяє відтворювати тільки середні значення скалярних та векторних параметрів течії. Застосування RANS визначається рівнем замикання осереднених рівнянь. Питання замикання осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса вирішують, виходячи з поставленої конкретної задачі, необхідної точності розв'язування, ресурсів ЕОМ, часових затрат, обмежень.

Поряд з методом LES та RANS використовується і моделювання з обмеженим та комбінованим використанням підсіткових моделей. Це псевдо-або квазіпряме числове моделювання (PDNS, QDNS), монотонне моделювання великих вихорів (Monotonically Integrated Large Eddy Simulation – MILES), неявний LES (Implasit Large Eddy Simulation – ILES) . Ці методи мають високу обчислювальну ефективність, проте вони не мають відповідного фізичного обґрунтування [2, 6].

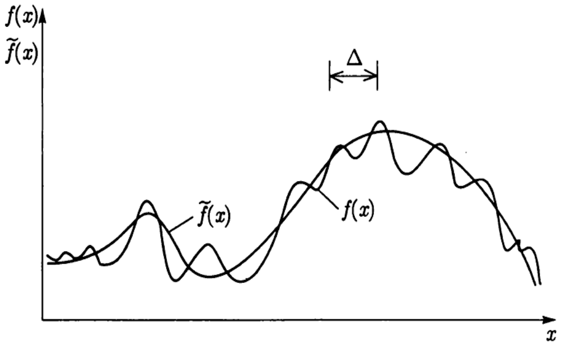


Рис. 2. Виключення дрібномасштабних пульсацій за допомогою фільтрації [6]

Досвід застосування методу нестаціонарних рівнянь Нав'є-Стокса (Unsteade Reynolds-Averaged Navier-Stokes – URANS) виявив цілий ряд протиріч. Намагання обґрунтувати' правомірність URANS непереконливі, оскільки традиційні моделі турбулентності калібруються за осередненими за часом характеристиками течії. Моделювання зовнішнього обтікання з значними відривними зонами, де характерні квазіперіодичні режими течії, методом URANS вдається якісно описати фізичний процес та отримати відповідні фізичному експерименту кількісні параметри течій. В багатьох інших випадках результати розрахунків методом URANS не дають достатньо придатні результати [6]. Залишаються відкритими питання меж його використання.

Розв'язування осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса, що замкнуті за допомогою напівемпіричної моделі турбулентності є неефективним при моделюванні турбулентних течій з нестаціонарними вихоровими структурами, властивості яких залежать від межових умов та геометричних характеристик течії.

Мета

Метою даної роботи є розробка математичної моделі, алгоритму, програмного забезпечення для проведення числових розрахунків на основі нестаціонарних рівнянь Нав'є-Стоса.

Математичний запис фізичного процесу

На підставі проведеного аналізу методів та ресурсів наявних персональних електрообчислювальних машин (ПЕОМ) в даній роботі використано метод DES. Відповідна система рівнянь в криволінійній системі координат запишеться

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t}+\frac{\partial\left(\hat{E}-\hat{E}_{\mathrm{v}}\right)}{\partial \xi}+\frac{\partial\left(\hat{F}-\hat{F}_{\mathrm{v}}\right)}{\partial \eta}+ +\frac{\partial\left(\hat{G}-\hat{G}_{\mathrm{v}}\right)}{\partial \zeta}=\hat{H} \qquad (1)$$

де

$$\hat{E}_{\mathrm{v}}=\xi_x E_v+\xi_y F_v+\xi_z G_v,$$

$$\hat{F}_{\mathrm{v}}=\eta_x E_v+\eta_y F_v+\eta_z G_v,$$

$$\hat{G}_{\mathrm{v}}=\zeta_x E_v+\zeta_y F_v+\zeta_z G_v,\ \hat{H}=1/j\,H.$$

H – вектор джерельних членів.

Вектори $\hat{Q}$, $\hat{E}$, $\hat{F}$, $\hat{G}$, E_v, F_v, G_v визначаються наступними співвідношеннями

$$\hat{Q}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ E_t\end{bmatrix},\ \hat{E}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho U\\ \rho U u+\xi_x p\\ \rho U v+\xi_y p\\ \rho U w+\xi_z p\\ \left(E_t+p\right)U-\xi_t p\end{bmatrix},$$

$$\hat{F}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho V\\ \rho u V+\eta_x p\\ \rho v V+\eta_y p\\ \rho w V+\eta_z p\\ \left(E_t+p\right)V-\eta_t p\end{bmatrix},$$

$$\hat{G}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho W\\ \rho u W+\zeta_x p\\ \rho v W+\zeta_y p\\ \rho w W+\zeta_z p\\ \left(E_t+p\right)W-\zeta_t p\end{bmatrix},$$

$$E_v=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}0\\ \tau_{xx}\\ \tau_{xy}\\ \tau_{xz}\\ u\tau_{xx}+v\tau_{xy}+w\tau_{xz}-q_x\end{bmatrix},$$

$$F_v=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}0\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yy}\\ \tau_{yz}\\ u\tau_{xy}+v\tau_{yy}+w\tau_{xz}-q_y\end{bmatrix},$$

$$G_v=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}0\\ \tau_{xz}\\ \tau_{yz}\\ \tau_{zz}\\ u\tau_{xz}+v\tau_{yz}+w\tau_{zz}-q_z\end{bmatrix}, \qquad (2)$$

де V_{cx}, V_{cy}, V_{cz} – проекції вектора переносної лінійної швидкості центру мас транспортного апарата на вісі зв'язаної системи координат; Ω_x, Ω_y, Ω_z – проекції вектора кутової швидкості на вісі зв'язаної системи координат; $E_t=\rho\left[e+\frac{1}{2}\left(u^2+v^2+w^2\right)\right]$; τ_{xx},

τ_{yy}, τ_{zz}, τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{yz}, q_x, q_y, q_z – компоненти тензора напружень та вектори теплових потоків.

Контраваріантні складові вектора швидкості записуються

$$\begin{cases} U = \xi_t + \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w, \\ V = \eta_t + \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w, \\ W = \zeta_t + \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w. \end{cases} \quad (3)$$

Турбулентні ефекти описуються в рамках гіпотези Буссинеска про уявлення дотичних напружень з використанням напівемпіричної моделі для турбулентної в’язкості. Рівняння (3) замикається диференціальним рівнянням переносу вихорової кінематичної псевдов’язкості

$$\frac{\partial(\rho\tilde{\nu})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\tilde{\nu}u_j\right) = E_t + F_t - G_t + T_t, \quad (4)$$

де

$$E_t = \frac{1}{\sigma}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho(\nu+\tilde{\nu})\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right) + C_{b2}\rho\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right]_t -$$

дифузійний член, що задовольняє межові умові на стінці $\tilde{\nu} = 0$; $F_t = C_{b1}(1 - f_{t2})\rho\tilde{S}\tilde{\nu}$ – вираз, що описує виробництво турбулентності в області і підтримує опис течії в ламінарному підшарі; $G_t = C_{w1} f_w \rho\left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2$ – вираз, що описує розпад турбулентності в ламінарному підшарі; $T_t = f_{t1}\rho\Delta U^2 + f_{t2}\rho\frac{C_{b1}}{\kappa^2}\left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2$ – вираз наближеного опису перехідного режиму зі згладжувальними функціями f_{t1}, f_{t2}, які забезпечують перехід від ламінарного до турбулентного режиму в пристінній області.

Вихорова в’язкість розраховується за співвідношенням:

$$\mu_{tur} = \rho\tilde{\nu} f_{\nu 1}, \quad (5)$$

де $f_{\nu 1} = 1 - \chi^3 / \left(\chi^3 - C_{\nu 1}^3\right)$ – демпферна функція для відношення кінематичних в’язкостей $\chi = \tilde{\nu}/\nu_{lam}$, що відповідає демпферу Ван-Дріста.

Допоміжні співвідношення визначаються з виразів

$$\tilde{S} = f_{\nu 3}\omega + \frac{\tilde{\nu}}{(\kappa d)^2} f_{\nu 2},$$

де d – найближча відстань до стінки, $f_{\nu 2} = 1 - \chi/(1 + \chi f_{\nu 1})$, $\omega = |\nabla \times \tilde{\nu}|$ – модуль вихору,

$$f_{\nu 2} = \left[1 + \frac{\chi}{c_{\nu 2}}\right]^{-3}, \; f_{\nu 3} = \frac{(1 + \chi f_{\nu 1})(1 - f_{\nu 2})}{\chi},$$

$$f_w = g\left[\left(1 + C_{w3}^6\right) / \left(g^6 + C_{w3}^6\right)\right]^{1/6},$$

$$g = r + C_{w2}\left(r^6 - r\right), \quad r \equiv \tilde{\nu} / \left(\tilde{S}\kappa d^2\right),$$

$$C_{w1} = C_{b1}/\kappa^2 + (1 + C_{b2})/\sigma,$$

$$C_{w2} = 0{,}3, \; g = r + C_{w2}\left(r^6 - r\right),$$

$$C_{w3} = 2, \; f = g\left(\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6}\right),$$

$$f_{t1} = c_{t1} g_t \exp\left(-c_{t2}\frac{\omega_t^2}{\Delta U^2}\left[d^2 + g_t^2 d_t^2\right]\right),$$

$$g_t = \min\left(0.1, \Delta U / \omega_t \Delta x\right),$$

$$f_{t2} = c_{t3}\exp\left(-c_{t4}\chi^2\right), \; c_{v1} = 7.1, \; c_{v2} = 5.0,$$

$$c_{t1} = 1, \; c_{t2} = 2, \; c_{t3} = 1.1 \; c_{t4} = 2,$$

$$C_{b1} = 0{,}1355, C_{b2} = 0{,}622, C_{b3} = 2/3.$$

Модель відокремлених вихорів (DES) формується шляхом заміни змінної d на $\tilde{d}$, яка визначається за формулою [11]

$$\tilde{d} \equiv \min(d, C_{DES}\Delta), \quad (6)$$

де $\Delta \equiv \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$, $C_{DES} = 0{,}65$ – стала моделі DES.

В роботі використовується модель турбулентності Спаларта-Аллмараса в реалізації відокремлених вихорів. Програмне забезпечення написано на мові Fortran-90.

Результати розрахунків обтікання транспортного апарата

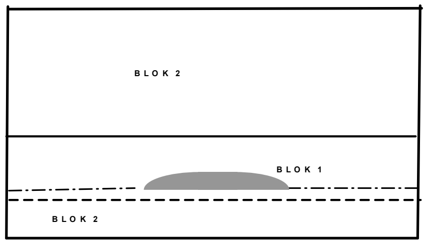
Виконано числове дослідження обтікання транспортного засобу з несучим корпусом. Носова та кормова частина мають клиноподібні форми. Днище є плоским.

Форма в плані транспортного апарата представляє собою крило у вигляді рівнобедреної трапеції з малим розмахом. Для побудови сітки застосовано варіант з багатоблоковим підходом. Розрахункова область розбита на два блоки (рис. 3.) Сітка блока №1 має Н-подібну форму у поздовжній площині та С-подібну форму у поперечній площині. Сітка блока №2 також має Н-подібну форму у поздовжній площині та С-подібну форму у поперечній площині. Блоки розрахункової області охвачують трапецеподібну шляхову структуру. Загальна кількість вузлів складає 1214396. Відстань до поверхні трапецеподібної шляхової структури складає $h = 0,5$ максимального поперечного розміру міделя транспортного апарата. Розрахунки проведено для чисел Рейнольдса $\mathrm{Re} = 2000000$ та Маха $M = 0,4$.

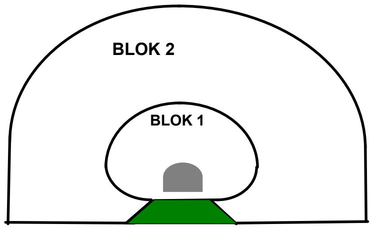
Для розрахунку обтікання використовувалися осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса, замкнені одно параметричною моделлю турбулентності Спаларта-Аллмараса в реалізації відокремлених вихорів [11].

За результатами розв'язування рівнянь Нав'є-Стокса були отримано розподіл величин тиску та вектора швидкості навколо транспортного апарата. На рис. 4–7 показано розподіл ізобар, завихреності, проекції швидкості v_y, ізомах.

Зона найбільшого тиску знаходиться на верхній частині клиноподібного носика. Такий розподіл тиску сприяє появі пікірувального моменту. Під днищем транспортного апарата, в поздовжньому напрямку, під дією шляхової структури зміна тиску незначна. На верхній частині корпусу транспортного апарата зміна тиску більш інтенсивна, що сприяє появі підіймальної сили. На верхній поверхні транспортного апарата зона пониженого тиску більш виражена, ніж на днищі транспортного апарата. В результаті виникає підйомна сила, яка намагається змістити транспортний апарат від шляхової структури.



а)



б)

Рис. 3. Двоблокова структура розрахункової області навколо транспортного апарата:
а – переріз у повздовжній площині;
б – переріз у поперечній площині

Рис. 4. Ізобари в площині симетрії

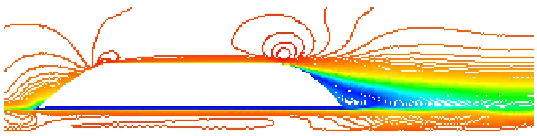


Рис. 5. Ізомахи в площині симетрії

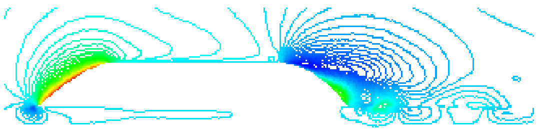


Рис. 6. Розподіл складової вектора швидкості v_y в площині симетрії

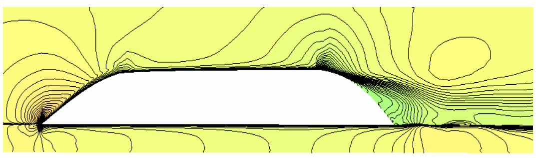


Рис. 7. Розподіл вихору у площині симетрії

Висновки

1. Проведений аналіз методів розрахунку турбулентних течій висвітлює основні напрямки подальшого розвитку обчислювальної аеродинаміки. Рівень електронно-обчислювальних машин впливає на подальший розвиток математичних моделей.

2. Проведений аналіз методів розрахунку турбулентних течій висвітлює основні напрямки подальшого розвитку обчислювальної аеродинаміки. Рівень електронно-обчислювальних машин визначає складність математичних моделей.

3. Побудова ефективних методик розрахунку аеродинамічних характеристик пов'язана з розробкою відповідних моделей турбулентності. На сьогодні найбільш широковживанними є Detached-Eddy Simulation.

4. Першочерговим завданням при створенні високошвидкісних транспортних апаратів на надпровідних магнітах є забезпечення оптимальних характеристик стійкості та керованості для безпеки руху, що є метою подальших досліджень.

Бібліографічний список

1. Системы управления и енергообеспечения магнитолевитирующего транспорта / В. А. Дзензерский, С. В. Плаксин, Л. М. Погорелая, В. Г. Толдев, Ю. В. Шкиль. – Киев: Наук. Думка, 2014. – 276 с.
2. Сохацький, А. В. Теоретичні основи створення аеродинамічних компонувань перспективних швидкісних транспортних апаратів : дис…. д-ра технічних наук: 05.07.01 / Сохацький Анатолій Валентинович. – Дніпропетровськ, –2010. – 364 с.
3. Бэтчелор, Дж. Введение в динамику жидкости / Дж. Бэтчелор. – М.: Мир, 1973. – 778 с.
4. Брэдшоу, П. Турбулентность / П. Брэдшоу. – М.: Машиностроение, 1980. – 344 с.
5. Колмогоров, А. Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости / А. Н. Колмогоров // Изв. АН СССР. Сер. физ., Вып. 6, № 1–2, 1942, С. 56–58.
6. Волков, К. Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений / К. Н. Волков, В. Н. Емельянов. – М.: Физматлит, 2008. – 368 с.
7. Structures of scalar transport in a turbulent channel / S. Dharmarathne, M. Tutkun, G. Araya, L. Castillo // Eur. J. Mech. B/Fluids. – 2016. – V. 55. – P. 259–271.
8. Приходько, А. А. Математическое и экспериментальное моделирование аэродинамики элементов транспортных систем вблизи экрана / Приходько А. А., Сохацкий А. В. – Днепропетровск: Наука и образование, 1998. – 160 с.
9. Forsythe, J. R. Detached-Eddy Simulation of Fighter Aircraft at High Alpha / J. R. Forsythe, K. D. Squires, K. E. Wultzer, P. R. Spalart // AIAA Paper. – 2002. –Vol. 0591.
10. Hedges, L. S. Detached-eddy simulations over a simplified landing gear / L. S. Hedges, A. Travin, P. R. Spalart.// J. Fluids Engineering. – 2002. – V. 124
11. Spalart, P. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows / P. R. Spalart, S. R. Allmaras // La Recherche Aerospatiale. – 1994. – N1. – PP. 5–21.

Ключові слова: магнітолевітуючий поїзд, турбулентні течії, рівняння Нав'є-Стокса, числове моделювання.

Ключевые слова: магнитолевитирующий поезд, турбулентные течения, уравнения Навье-Стокса, численное моделирование.

Keywords: maglev train, turbulent flow, the Navier-Stokes equations, numerical simulation.

Рецензенти:
д. т. н., проф. Б. І. Мороз,
д. ф.-м. н., проф. С. В. Плаксін.

Надійшла до редколегії 17.10.2016.
Прийнята до друку 28.10.2016.