

УДК 621.321

М. М. КЕДРЯ – к.т.н., доцент, Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна

Т. М. СЕРДЮК – к.т.н., доцент, Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, serducheck-t@rambler.ru, ORCID:

М. Л. КУМΠΑН - Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна

К. М. СЕРДЮК – Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, serducheckt@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3338-099X

ЛІНЕАРИЗУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТЯГОВОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДУ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Вступ

Побудова математичної моделі з електричним приводом постійного струму для транспортних засобів передбачає урахування перехідних процесів, які в свою чергу пов'язані з накопиченням або розсіюванням електромагнітної енергії в колах машин, а також механічної енергії обертаючих мас при переході від одного постійного стану до другого. Переважна більшість різних перехідних процесів у системі електричної тяги призводить до різкої зміни струму якоря двигуна (частіше його збільшення). У цих режимах помітно виявляється вплив індуктивності обмоток, нелінійності магнітних характеристик, вихрових струмів у магнітопроводах і ін. При цьому спостерігаються суттєві ускладнення в роботі двигунів, пов'язані в основному з тим, що зміна магнітного потоку значно відстає за часом від зміни струму отже, затримується зміна ЕРС, а рівновага напруг досягається тільки за рахунок збільшення спаду напруги в якірному колі, тобто струму якоря.

У системах регулювання тяги та гальмування в електрорухомому складі об'єктом регулювання звичайно вважають тяговий двигун. Статичні характеристики двигунів – залежності від струму якоря магнітного потоку $\Phi(i)$, швидкості $V(i)$ та сили тяги $F(i)$ – а також характеристика індуктивності $L(i)$ нелінійні [1 – 9]. Нелінійність за-

лежностей зумовлена кривою намагнічування, впливом вихрових струмів та розмагнічувальною реакцією якоря.

В першому наближенні, розглядаючи тяговий електропривод як лінеаризований об'єкт, можна припустити, що відхилення вхідних величин від сталих значень малі. В межах цих малих відхилень регульовані величини можна замінювати в точках, що відповідають сталому режиму.

Метою наукової роботи є розробка математичної моделі тягового електроприводу електровозу постійного струму для дослідження впливу зміни напруги в контактній мережі на тяговий електропривод.

Для досягнення поставленої мети необхідно:

- визначити та лінеаризувати основні рівняння та залежності, що описують процес роботи електропривода – тягового двигуна електровоза ДЕ1;

- розробити динамічну структуру за системою лінеаризованих рівнянь та проаналізувати її;

- побудувати частотні характеристики роботи тягового електропривода;

- провести моделювання перехідних процесів в електроприводі при раптовій зміні напруги та буксуванні колісної пари.

Математична модель тягового електродвигуна

В статті розглядається електровоз постійного струму з індивідуальним тяговим приводом послідовного збудження. Такий привід можна представити у вигляді одновимірної електромеханічної системи, в якій керованою величиною є дотична сила тяги на ободі колісної пари. Керуючим впливом на привід буде напруга живлення двигуна. Режим управління приводом залежить від швидкості руху електровоза і струму двигуна [10].

На основі електричної схеми електровоза ДЕ-1 [1, 2] побудовано еквівалентну електричну розрахункову схему електропривода (рис. 1), де процес енергоперетворення представлений в приростах, відносно початкового рівноважного стану, основних величин: вхідна координата – приріст вхідної напруги Δu_K , а вихідна – відповідний йому приріст швидкості ΔV .

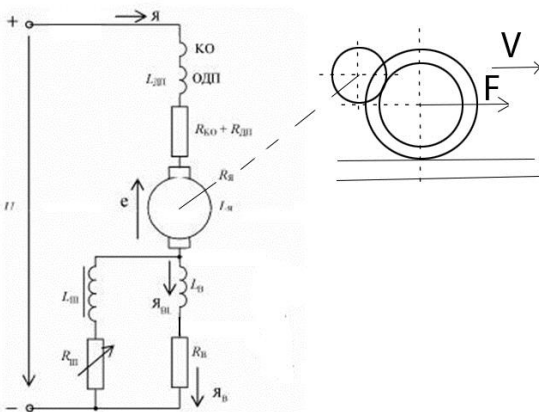


Рис. 1. Еквівалентна розрахункова схема тягового електроприводу

На рис. 1 використано такі позначення: $R_я$ – опір обмотки якоря; $L_я$ – індуктивність обмоток якоря; $L_в$ – індуктивність обмотки збудження; $R_в$ – опір обмотки збудження; $L_ш$ – індуктивність шунта; $R_ш$ – опір шунта; u_d – приріст напруги, прикладеної до двигуна; e – приріст ЕРС двигуна.

Для оцінки динамічних властивостей приводу необхідно мати диференціальні рівняння, які складаються на базі розрахункової схеми (див. рис. 1). Методика отримання рівнянь динаміки тягового приводу з певними припущеннями приведена в [10 – 13].

При складанні рівнянь було обумовлено, що магнітний потік, струм, проти-ЕРС, момент на валу і напруга, що підводиться до двигуна, мають малі відхилення від сталих значень. При таких змінах відхилення сили тяги і швидкості також приймаються малими. Крім цього, при складанні рівнянь передбачалося, що задані статичні характеристики $\Phi(i)$, $V(i)$, $F(i)$ представляють собою залежності магнітного потоку, швидкості і сили тяги від струму відповідно. Ці залежності отримують аналітично або експериментально для конкретних типів двигунів.

Диференціальне рівняння, що зв'язує напругу u_d зі струмом i має вид [3 - 5]:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = u_d - e, \quad (1)$$

де L – індуктивність, R – активний опір двигуна, e – електрорушійна сила (ЕРС).

Задавши малі прирости координатам i , u_d , e щодо початкового рівноважного стану, визначеного струмом i_0 , напругою u_{d0} , та ЕРС e_0 і підставивши ці вирази в диференціальне рівняння (1), було отримано:

$$L \frac{d(i_0 + \Delta i)}{dt} + R(i_0 + \Delta i) = (u_{d0} + \Delta u_d) - (e_0 - \Delta e). \quad (2)$$

Враховуючи, що $L \frac{di_0}{dt} = 0$ і для початкового рівноважного стану рівняння $Ri_0 = u_{d0} - e_0$, диференціальне рівняння (2) приймає вигляд:

$$L \frac{d(\Delta i)}{dt} + R\Delta i = \Delta u_{\text{д}} - \Delta e. \quad (3)$$

В операторній формі рівняння (3) можна записати у вигляді

$$(T_1 s + 1)\Delta i(s) = k_1[\Delta u_{\text{д}} - \Delta e], \quad (4)$$

де $T_1 = \frac{L}{R} = 0.0635 \text{ с}$ – стала часу;

$k_1 = \frac{1}{R} = 10,914 \text{ См}$ – коефіцієнт передачі.

Передаюча функція, що зв'яже вхідну $\Delta u_{\text{д}}(s) - \Delta e(s)$ і вихідну $\Delta i(s)$ координати:

$$W_1(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1} = \frac{10,194}{0.0635s + 1}. \quad (5)$$

Аналогічно було знайдено передаючі функції для інших рівнянь, які описують процеси енергоперетворення в тяговому двигуні в приростах відповідних величин для регулювання двигуна постійного струму послідовного збудження. Отже, лінеаризована система рівнянь в малих приростах така:

$$\begin{cases} L \frac{d(\Delta i)}{dt} + R\Delta i = \Delta u_{\text{д}} - \Delta e, \\ \Delta \Phi = k_2 \Delta i, \\ \Delta e = k_3' \Delta V + k_3'' \Delta \Phi, \\ \Delta F_{\text{кд}} = k_4 \Delta i, \\ \Delta V(s)(T_2 s + 1) = k_5' \Delta F_{\text{кд}}(s) - k_5'' \Delta w_i(s); \end{cases} \quad (6)$$

де k_2 - коефіцієнт, отриманий після апроксимації характеристики намагнічування $\Delta \Phi = (3a_3 i_0^2 + 2a_2 i_0 + a_1) = k_2 \Delta i$; k_3' , k_3'' - коефіцієнти отримані з рівняння приросту ЕРС при збільшенні швидкості $\Delta e = C_1(\Phi \Delta V + V \Delta \Phi) = k_3' \Delta V + k_3'' \Delta \Phi$, k_4 - кутовий коефіцієнт дотичної до кривої $F_{\text{кд}}(i)$ при малих прирощеннях,

$k_4 = \frac{\Delta F_{\text{кд}}}{\Delta i}$; k_5' , k_5'' – коефіцієнти, отримані при виведенні рівняння прирощення швидкості,

$k_5' = \frac{n}{m_{\text{ел}}(1 + \gamma)(a_1 + 2a_2 V)}$,

$k_5'' = \frac{1}{a_1 + 2a_2 V}$, де n – кількість колісних пар електровозу, $m_{\text{ел}}$ – маса електровоза,

γ – приведений коефіцієнт інерції мас, що обертаються, T_2 – стала часу,

$T_2 = \frac{1}{\xi(a_1 + 2a_2 V)}$, (при визначенні коефі-

цієнтів k_5' , k_5'' і T_2 коефіцієнти a_1 , a_2 – це ті, що використовуються в рівнянні основного питомого руху поїзда

$w_0 = a_0 + a_1 V + a_2 V^2$, [2, 3, 6]) ξ – перевідний коефіцієнт значення якого відповідає вимірюванню ваги потягу в кН, сили тяги в Н, швидкості в км/год, питомого опору руху в Н/кН і часу в с, Δw_i – питомий опір руху від ухилів та кривих.

Рівняння в зображеннях по Лапласу мають вигляд:

$$\begin{cases} \Delta I(s) = W_1(s)[\Delta U(s) - \Delta E(s)], \\ \Delta \Phi(s) = W_2(s)\Delta I(s), \\ \Delta M(s) = W_3'(s)\Delta I(s) + W_3''(s)\Delta \Phi(s), \\ \Delta F(s) = W_4(s)\Delta M(s), \\ \Delta E(s) = W_5'(s)\Delta V(s) + W_5''(s)\Delta \Phi(s). \end{cases} \quad (7)$$

Передаючі функції:

$$\begin{aligned} W_2(s) &= \frac{\Delta \Phi(s)}{\Delta I(s)} = k_2, \\ W_3'(s) &= \frac{\Delta e(s)}{\Delta \Phi(s)} = k_3', \\ W_3''(s) &= \frac{\Delta e(s)}{\Delta \Phi(s)} = k_3'', \\ W_4(s) &= k_4, \\ W_5'(s) &= \frac{k_5'}{T_2 s + 1}, \quad W_5''(s) = \frac{k_5''}{T_2 s + 1}. \end{aligned} \quad (8)$$

У рівняннях $\Delta I(s)$, $\Delta \Phi(s)$, $\Delta M(s)$, $\Delta E(s)$, $\Delta U(s)$ - зображення відхилень струму, магнітного потоку, моменту, протидії ЕРС і напруги відповідно. $\Delta F(s)$ і $\Delta V(s)$ - зображення відхилень сили тяги F і швидкості V .

Крім зображень відхилень змінних в рівняння (1) входять передаточні функції. Передаточна функція відповідає аперіодичній ланці першого порядку, а передаточні функції – пропорційним ланкам.

Передаточна функція містить постійну часу, яка визначена індуктивністю і омичним опором двигуна. інші передаточні функції мають коефіцієнти передачі, що залежать від параметрів двигуна, тягової передачі, а також від статичних характеристик, розглянутих вище.

Рівнянням (7) відповідає структурна схема, наведена на рис. 2. Спрощена структурна схема дана на рис. 3, яка містить три передаточні ланки $W_{e1}(s)$, $W_{e2}'(s)$ – комбіновані ланки, $W_5''(s)$ – передаточна функція пропорційної ланки, де

$$W_{e1}(s) = W_1(s)W_4(s)(W_3'(s) + W_2(s)W_3''(s))$$

$$W_{e2}'(s) = W_2(s)W_5'(s)W_5''(s)^{-1}, \quad (9)$$

Передаточна функція системи за входною напругою $\Delta U(s)$ при $\Delta V(s)=0$

$$W_{\Delta F \Delta U}(s) = \frac{\Delta F(s)}{\Delta U(s)} = \frac{W_{e1}(s)}{1 + W_{e1}(s)W_{e2}'(s)W_5''(s)} =$$

$$= \frac{W_1(s)W_4(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)W_4(s)W_5'(s)} \times$$

$$\times \frac{W_3'(s) + W_2(s)W_3''(s)}{W_3'(s) + W_2(s)W_3''(s)}. \quad (10)$$

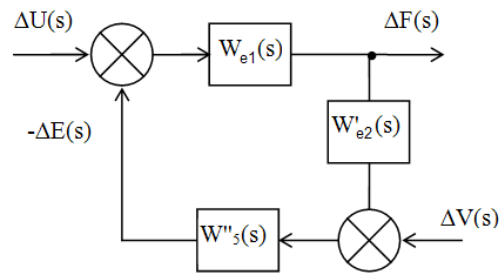


Рис. 3. Перетворена структурна схема одновимірної електромеханічної системи приводу

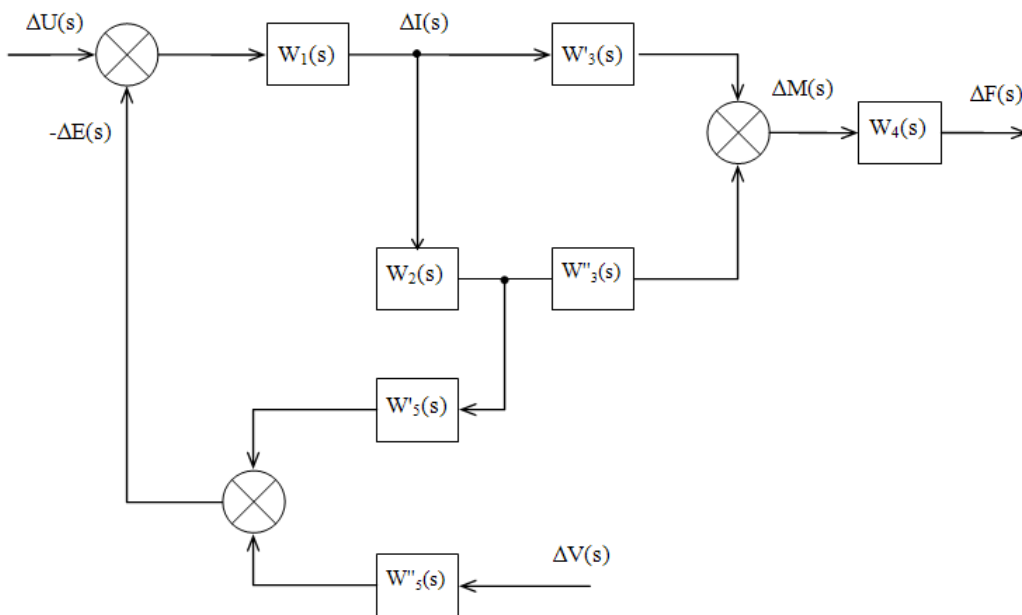


Рис. 2. Структурна схема одновимірної електромеханічної системи приводу

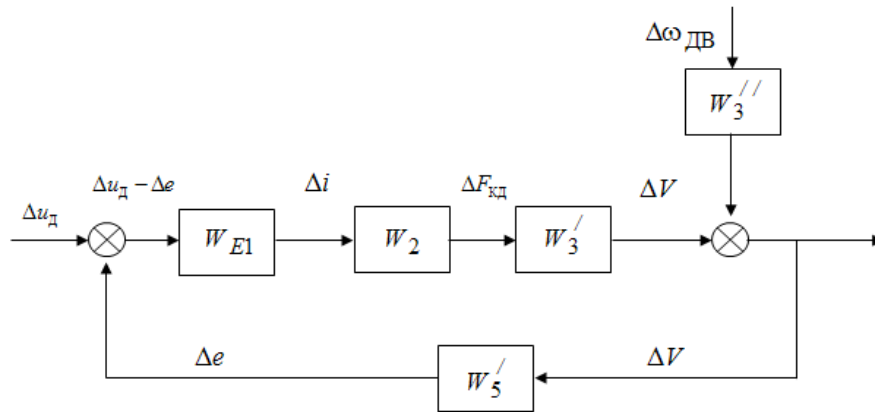


Рис. 4. Перетворена структурна схема тягового електродвигуна з регулюванням швидкості

Як зазначалося раніше $W_1(s) - W_5(s)$ - передаточні функції типових ланок [1].

$$W_1(s) = \frac{k_1}{1+T_1s}; \quad W_2(s) = k_2; \quad W_3'(s) = k_3';$$

$$W_3''(s) = k_3''; \quad W_4(s) = k_4; \quad W_5'(s) = k_5';$$

$$W_5''(s) = k_5''.$$

Отже передаточна функція системи

$$W_{\Delta F \Delta U}(s) = \frac{k_{e1}}{1+T_{e1}s}, \quad (11)$$

де k_{e1} - коефіцієнт підсилення системи, T_{e1} - постійна часу.

$$k_{e1} = \frac{k_1 k_4 (k_3' + k_2 k_3'')}{1 + k_1 k_2 k_4 k_5' (k_3' + k_2 k_3'')},$$

$$T_{e1} = \frac{T_1}{1 + k_1 k_2 k_4 (k_3' + k_2 k_3'')}.$$

Для тягового електродвигуна ЕД-141У1

$$W_{\Delta F \Delta U}(s) = \frac{0,88}{1 + 5,48 \cdot 10^{-5} s}.$$

Структурну схему тягового електродвигуна з регулюванням швидкості дано на рис. 4. Передаточна функція контуру з регулюванням швидкості обертання ротора двигуна з регулятором напруги має вигляд:

$$W_{E2}(s) = \frac{W_{E1}(s) W_2(s) W_3'(s)}{1 + W_{E1}(s) W_2(s) W_3'(s) W_5'(s)} =$$

$$= \frac{k}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1}. \quad (12)$$

$$W_{E2}(s) = \frac{0,0356}{0,221s^2 + 40,275s + 1}.$$

Частотні характеристики електропривода

Для побудови частотних характеристик використовуємо передаточну функцію двигуна по вхідній напрузі Δu_d і виходом по швидкості ΔV має вигляд:

$$W_{E2}(j\omega) = \frac{k}{T_1^2 (j\omega)^2 + T_2 j\omega + 1}, \quad (13)$$

$$W_{E2}(j\omega) = \frac{0,0356}{0,221(j\omega)^2 + 40,275j\omega + 1}.$$

Логарифмічні амплітудно-частотні та фазо-частотні характеристики (ЛАЧХ та ЛФЧХ) для заданого тягового двигуна дано на рис. 5, 6.

Передаточна функція дозволяє отримати перехідну характеристику тягового електропривода. Графік перехідної характеристики наведено на рис. 7.

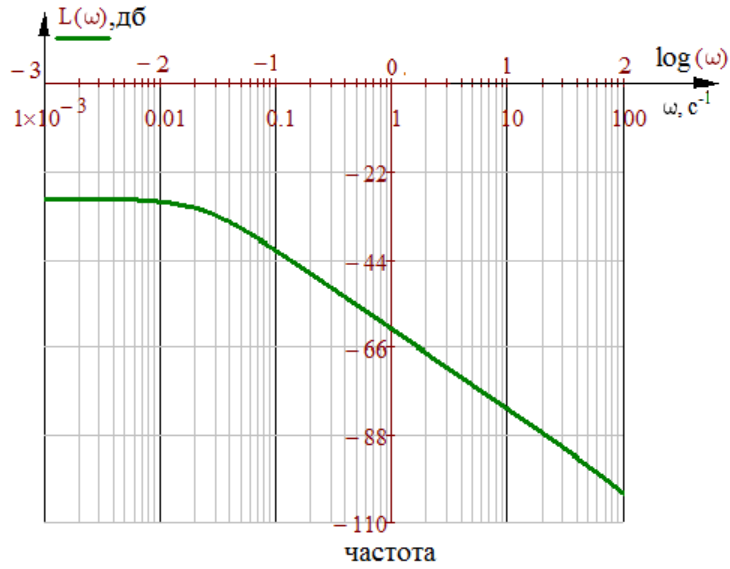


Рис. 5. Логарифмічна амплітудна частотна характеристика

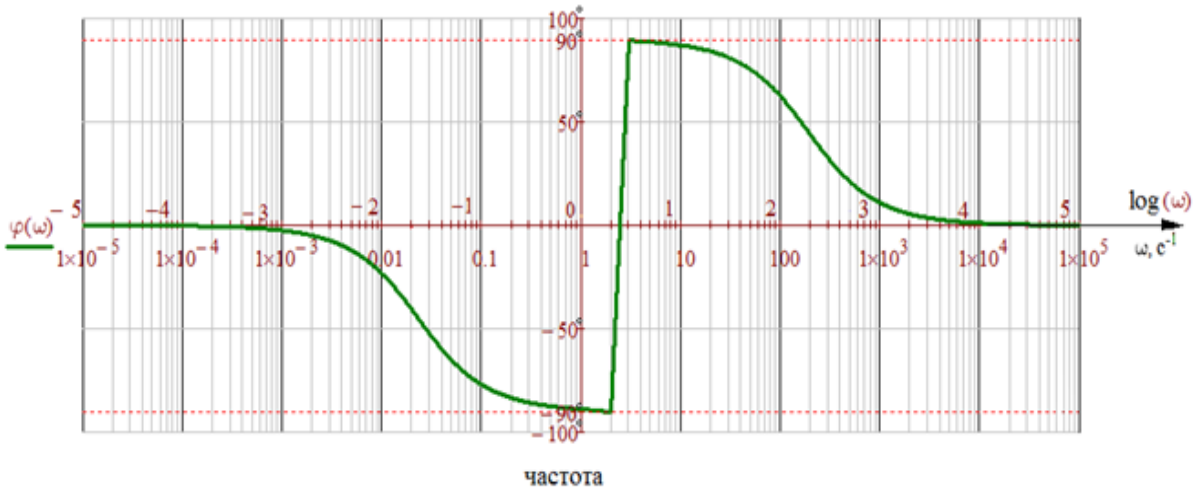


Рис. 6. Логарифмічна фазова частотна характеристика

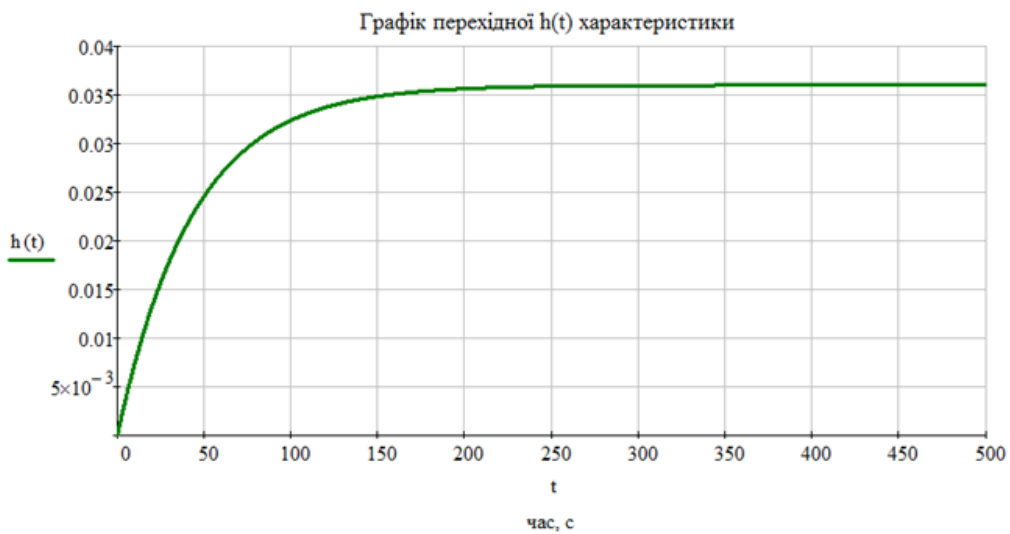


Рис.7. Перехідна характеристика тягового двигуна

$$W_{\Delta V \Delta u_d}(s) = \frac{\Delta V(s)}{\Delta u_d(s)} = \frac{k}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1}, \quad (14)$$

$$h(t) = \Delta V(t) = L^{-1} \left\{ \frac{k}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1} \cdot \frac{1}{s} \right\}, \quad (15)$$

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{0.036}{0.475^2 s^2 + 43.281s + 1} \cdot \frac{1}{s} \right\}$$

$$h(t) = 0,036 + 4,015 \cdot 10^{-6} e^{-207,2t} - 0,036 e^{-0,0213t}$$

Проаналізуємо отримані результати. Частотні та часові функції, їх характеристики і те, що $T_2/2T_1 > 1$ показує, що привод електровоза ДЕ1 має властивості аперіодичної ланки другого порядку. Характеристичне рівняння має другий порядок.

$$0.475^2 \lambda^2 + 43.281\lambda + 1 = 0.$$

Згідно критерію Гурвіца необхідна і достатня умови стійкості – позитивні коефіцієнти характеристичного рівняння. Ця умова виконується і тому тяговий електропривод типу ЕД-141У1 електровоза ДЕ-1 є стійким.

Висновки

Основні результати полягають у наступному:

- створено математичну модель тягового електропривода електровоза ДЕ-1, яка дозволяє досліджувати динамічні режими роботи, обумовлені допущеннями моделі;

- математична модель складається з трьох форм: перша форма – лінеаризовані диференційні рівняння; друга – структурні схеми та передаточні функції; третя – частотні характеристики.

Запропонована математична модель може бути використана для будь-якого виду тягового електроприводу постійного струму з урахуванням його особливостей.

Библиографический список

1. Электровоз магистральный ДЭ-1. Техническое описание. ЗТП.000.020-03 ТО. – 1999. – 188 с.
2. Моисеев С. А. Электровоз магистральный ДЭ-1 [Текст]: Руководство по эксплуатации. / С. А. Моисеев, – М.: «Транспорт», – 2007. – 83 с.
3. Безрученко В. М. Тягові електричні машини електрорухомого складу [Текст]: навчальний посібник / В. М. Безрученко, В. К. Варченко, В. В. Чумак. – Д.: ДНУЗТ, 2003. – 252 с.
4. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин [Текст]: учеб. для вузов [3-е изд., перер. и доп.]. / И. П. Копылов. – М.: Высш. шк., 2001. – 327 с.
5. Вольдек В. И. Электрические машины [Текст]: / В. И. Вольдек. – М.: Высш. шк., 1974. – 832 с.
6. Осипов С. И. Основы тяги поездов [Текст]: учебн. для студ. техникумов и колледжей ж. д. тр-та / С. И. Осипов, С. С. Осипов. – М.: УМК МПС России, 2000. – 592 с.
7. Кедря М. М., Устименко Д. В. Передаточная функция электропривода транспортного средства. Транспорт: Зб. наук. пр. – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 1999.
8. Теория автоматического управления. Ч.1 Л. С. Гольдфарб и др. Под ред. проф. А. В. Нетушила. – М.: Высшая школа, 1968.
9. Юревич Е. И. Теория автоматического управления. СПб.: БХВ – Петербург, 2007.
10. Кедря М. М. Динамические свойства тягового привода как одномерной электромеханической системы / М. М. Кедря, М. Л. Кумпан // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – 2009. – № 29. – Дніпропетровськ: Вид-во Дніпропетр. Нац. Ун-ту залізн. Трансп. ім. Акад. В. Лазаряна, 2009. – С. 68-70.
11. Сердюк Т. Н. Мониторинг и эксплуатационная диагностика двигателей постоянного тока с последовательным возбуждением [Текст] / Т. Н. Сердюк // Збірник наукових праць Харківського національного університету Повітряних Сил. – 2016. – № 4(49). – Харків: Вид-во Харк. нац. Ун-т Повітр. Сил ім. І. Кожедуба, 2016. – С. 134–141.

12. Капица М. И. Определение системы диагностирования ТЭД с учетом выбора предпочтительных элементов с изменяющейся интенсивностью отказов [Текст] / М.И. Капица, В. В. Лагута, Т. Н. Сердюк // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2017. – № 4. – Харьков: Видво УкрДУЗТ, 2017. – С. 9 – 15.
13. В. В. Лагута. Моделирование эффективной системы диагностирования тягового электродвигателя с учетом выбора вариантов комплектации его элементов [Текст] / В. В. Лагута, Т.Н. Сердюк // Збірник наукових праць ДНУЗТ ім. акад. В. Лазаряна «Транспортні системи та технології перевезень». – 2017. – Вип. 13. – С. 52–58.

Ключові слова: передаточна функція, тяговий електричний двигун постійного струму, математична модель.

Ключевые слова: передаточная функция, тяговый электродвигатель постоянного тока, математическая модель.

Keywords: transfer function, traction electric motor of direct current, mathematical model.

Рецензенти:
проф., д.т.н., А. Б. Бойнік,
проф., д.т.н., А. М. Муха.

Надійшла до редколегію 15.10.2019.
Прийнята до друку 28.10.2019.