УДК 612.332.3 : 629.423

МІЩЕНКО Т. М. – к.т.н., доцент (ДНУЗТ)

МЕТОД ІМОВІРНІСНОГО АНАЛІЗУ ВИПАДКОВИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ

Представив д.т.н., проф. Костін М. О.

Вступ

Метод імовірнісного аналізу випадкових електромагнітних процесів в електричних колах нелінійних динамічних електротехнічних систем базується на часткових методах: стохастичних диференціальних рівнянь, статистичної лінеаризації та методі моментних функцій. В якості прикладу виконано числові розрахунки стохастичних перехідних електромагнітних процесів у тягових електричних колах першого українського електровоза ДЕ 1.

Постановка задачі

При дослідженні певних нелінійних динамічних електротехнічних систем, до яких прикладена одна зовнішня дія – випадкова функція напруги $U(t)$, – необхідно розрахувати й проаналізувати стохастичні перехідні чи усталені електромагнітні процеси, найчастіше це функції електричних струмів у різних вітках системи (рис. 1).

Рис. 1. Схема до методу імовірнісного аналізу електромагнітних процесів

Зазначені струми також є випадковими функціями, а тому треба визначити їх імовірнісні характеристики, бо знаходження закону розподілу їх імовірностей виявляється дуже складною та трудомісткою математичною задачею [1-4], що обумовлено такими причинами.

По-перше, точне аналітичне розв'язання цієї задачі можливе лише для деяких конкретних найпростіших нелінійних систем при відомих видах зовнішньої випадкової дії та простих характеристиках нелінійних елементів системи. Тому практичне розв'язання поставленої задачі можливо тільки наближеними методами. По–друге, в багатьох практичних задачах моментні функції (і перш за все, функція математичного сподівання $m(t)$, кореляційна функція $K(t,t')$ і функція дисперсії $D(t)$) дають достатнє уявлення про випадковий процес. І в той же час у теорії лінійних систем існують прості перетворення моментних функцій [2–4]: якщо випадкова функція $X(t)$ з математичним сподіванням $m_x(t)$ і кореляційною функцією $K_x(t,t')$ перетворюється лінійним операторам Z у випадкову функцію $Y(t) = Z[X(t)]$, то для знаходження математичного сподівання $m_y(t)$ випадкової функції $Y(t)$ необхідно застосувати той же оператор Z до математичного сподівання випадкової функції $X(t)$ (тобто $m_y(t) = Z[m_x(t)]$), а для знаходження кореляційної функції $K_y(t,t')$ треба двічі застосувати той же оператор до кореляційної функції $K_x(t,t')$, тобто $K_y(t,t') = Z^{(t)} Z^{(t')}[K_x(t,t')]$. Викладене дозволило розробити такий метод розв'язання задач імовірнісного аналізу: статистично лінеаризувавши задану нелінійну систему і застосовуючи правила перетворення моментних функцій лінійних систем, визначають моментні функції випадкових процесів на виході нелінійної системи (рис. 1). Зазначений підхід об'єднує в собі відомі з теорії імовірнісного аналізу нелінійних систем автоматичного керування [2, 5, 6] часткові методи: стохастичних диференціальних рівнянь, статистичної лінеаризації та метод моментних функцій.

Метою роботи є розробка методу імовірнісного аналізу випадкових електромагнітних процесів.

Метод імовірнісного аналізу

Розглянемо коротко у загальному випадку запропонований метод розв'язання поставленої задачі.

У загальному випадку система диференціальних рівнянь, яка описує перехідні процеси в системі, може бути зведена до диференціальних рівнянь першого порядку з постійними коефіцієнтами в нормальній формі (у формі Коши):

$$\frac{dI_k(t)}{dt}=\sum_{i=1}^{n}a_{ki}I_i(t)+b_kU(t)+ +\sum_{q=1}^{s}d_{kq}E_q(t), \qquad (1)$$

де

$$E_q(t)=F_q[\Phi_q(t)], \quad (q=1,2,...,s), \qquad (2)$$

а

$$\Phi_q(t)=A_qI_r(t)+B_qU(t), \qquad (3)$$

де $a_{ki}, b_k, d_{kq}, A_q, B_q$ – постійні коефіцієнти (у загальному випадку вони можуть залежати від часу); n – порядок системи диференціальних рівнянь; s – кількість нелінійних стохастичних елементів; $I_i(t), I_r(t), I_k(t)$ – випадкові процеси (струми) на виході системи; $U(t)$ – зовнішня випадкова дія на систему (напруга); $\Phi_q(t)$ – випадкова дія на вході нелінійного елемента; $E_q(t)$ – випадкова дія на виході q – го нелінійного елемента; $F_q[\Phi_q(t)]$ – характеристика q – го нелінійного елемента.

Виконаємо лінеаризацію характеристик нелінійних елементів, використовуючи для цього метод стохастичної лінеаризації [3]. Тоді характеристику q – го нелінійного елемента можна записати у вигляді:

$$\mathring{A}_q=F_q[\Phi_q(t)]\approx K_{q0}(t)m_{\Phi q}(t)+ +K_{q1}(t)\Phi_q^0(t), \ (q=1,2,...,s), \qquad (4)$$

де $m_{\Phi q}(t)$ – математичне сподівання випадкової функції впливу; $\Phi_q(t)$ – випадкова дія на вході q-го нелінійного елемента; $\Phi_q^0(t)=\Phi_q(t)-m_{\Phi q}(t)$ – центрована випадкова дія функції $\Phi_q(t)$; $K_{q0}(t)$, $K_{q1}(t)$ – коефіцієнти статистичної лінеаризації характеристики $F_q[\Phi_q(t)]$ нелінійного елемента. Ці коефіцієнти в загальному випадку можуть бути функціями часу:

$$K_{q0}(t)=f_0[m_{\Phi q}(t),\sigma_{\Phi q}(t);t], \qquad (5)$$

$$K_{q1}(t)=f_1[m_{\Phi q}(t),\sigma_{\Phi q}(t);t]. \qquad (6)$$

Очевидно, що математичне сподівання функції $E_q(t)$ дорівнює

$$M[E_q(t)]=M[F_q\{\Phi_q(t);t\}]= =K_{q0}(t)m_{\Phi q}(t) \qquad (7)$$

Застосовуючи до лівої та правої частин рівнянь (1) та (3) операцію математичного сподівання та враховуючи(7), отримаємо, що

$$\frac{dm_{Ik}(t)}{dt}=\sum_{i=1}^{n}a_{ki}m_{Ii}(t)+b_km_U(t)+ +\sum_{q=1}^{s}d_{kq}K_{q0}m_{\Phi q}(t), \ (k=1,2,...,n), \qquad (8)$$

$$m_{\Phi q}(t)=A_qm_{Ik}(t)+B_qm_U(t), \ (q=1,2,...,s). \qquad (9)$$

Система рівнянь (8) – (9) є лінеаризованою системою, із якої можна було б методами аналізу лінійних систем [2, 4] визначити математичні сподівання шуканих величин. Але в цій системі коефіцієнти K_{q0} залежать не тільки від математичного сподівання $m_{\Phi q}(t)$, але й від невідомих середньоквадратичних відхилень $\sigma_{\Phi q}(t)$ випадкових дій $\Phi_q(t)$. Тому для визначення цих $\sigma_{\Phi q}(t)$, а також середньоквадратичних відхилень $\sigma_{Ik}(t)$ шуканих випадкових процесів у системі розглянемо рівняння, що отримані шляхом віднімання рівнянь (8) та (9) із відповідних рівнянь (1) та (3). Тоді з врахуванням (4) маємо:

$$\frac{dI_k(t)}{dt} - \frac{dm_{Ik}(t)}{dt} = \left(\frac{dI_k(t)}{dt}\right)^0 =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} a_{ki} I_i^0(t) + b_k U^0(t) + \tag{10}$$
$$+ \sum_{q=1}^{s} d_{kq} K_{q0} \Phi_q^0(t), \ (k = 1,2,...,n),$$

$$\Phi_q^0(t) = A_q I_k^0(t) + B_q U^0(t),$$
$$(q = 1,2,...,s), \tag{11}$$

де $I_k^0(t)$, $U^0(t)$, $\Phi_q^0(t)$ – центровані випадкові функції.

Отримана система рівнянь (10) – (11) є лінійною. І тому, розв'язавши її разом з рівняннями (8) – (9), (5) – (6) методами аналізу лінійних систем [2–4, 6] (при заданих початкових умовах), визначимо шукане математичне сподівання $m_{Ik}(t)$ та середньоквадратичне відхилення $\sigma_{Ik}(t)$ випадкових процесів $I_k(t)$ в системі.

Навіть при простій нелінійній характеристиці $F_q[\Phi_q(t)]$ точний розв'язок зазначених рівнянь практично отримати неможливо. Тому необхідно знаходити їх наближені розв'язки. Найбільш ефективно це здійснюється методом послідовних наближень у наступній послідовності. Попередньо задаємося нульовим

$$K_{q0} = \frac{F_i}{m_{\text{ô}}} \cdot \left((m_1 + 1) \cdot \Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) - \right.$$
$$- (1 - m_1) \cdot \Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right) + \tag{12}$$
$$\left. + \frac{\sigma_1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \left(e^{\frac{-1}{2}\cdot\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)^2} - e^{\frac{-1}{2}\cdot\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)^2} \right) \right);$$

$$K_{q1}^{(1)} = \frac{F_i}{\sigma_{\text{ô}}} \times$$
$$\times \left(1 - \frac{K_{q0}{}^2 \cdot m_1{}^2}{L^2} + \left(m_1{}^2 + \sigma_1{}^2 - 1\right) \times \right.$$
$$\times \Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) - \Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right) - \tag{13}$$
$$- \frac{\sigma_1 - (1 - m_1)}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{\frac{-1}{2}\cdot\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)^2} -$$
$$\left. - \frac{\sigma_1 - (1 + m_1)}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{\frac{-1}{2}\cdot\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)^2} \right)^{1/2};$$

$$K_{q1}^{(2)} = \frac{F_i}{\sigma_i} \cdot \sigma_1 \cdot \Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) - \Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right); \tag{14}$$

$$K_{q1} = \frac{K_{q1}^{(1)} + K_{q1}^{(2)}}{2}, \tag{15}$$

наближенням для величин $m_{\text{ô}}^{(0)}(t)$ та $\sigma_{\text{ô}}^{(0)}(t)$. Далі за нижченаведеними формулами (12) – (16) [3] розраховуємо коефіцієнти статистичної лінеаризації $K_{\text{зç}0}^{(0)}(t)$ і $K_{\text{зç}1}^{(0)}(t)$ нульового наближення і математичні сподівання та середньоквадратичні відхилення шуканих величин також нульового наближення

де F_i – величина F_q у початковій точці насичення характеристики $F_q[\Phi_q(t)]$; $\Phi(x)$ – функція Крампа, числові данні якої подані в додатку роботи [3]

$$m_1 = \frac{m_{\text{ô}}}{I_{\text{ç ïî÷}}}, \qquad \sigma_1 = \frac{\sigma_{\text{ô}}}{I_{\text{ç ïî÷}}}, \tag{16}$$

де $I_{\text{ç ïî÷}}$ – величина струму збудження в початковій точці насичення, що визначається за кривою $F_q[\Phi_q(t)]$.

Далі за рівняннями (8) – (9) знаходимо математичне сподівання $m_{\text{ô}}^{(1)}(t)$, а за допомогою рівнянь (10) – (11) і середньоквадратичне відхилення $\sigma_{\text{ô}}^{(1)}(t)$ першого наближення. Потім за допомогою $m^{(1)}_{зç}(t)$ та $\sigma^{(1)}_{зç}(t)$ визначаємо коефіцієнти $k^{(1)}_{зç0}(t)$ і $k^{(1)}_{зç1}(t)$ першого наближення, а також математичні сподівання і середньоквадратичні відхилення першого наближення шуканих випадкових струмів в системі і так далі. Процес знаходження результатів припиняємо тоді, коли математичні сподівання і середньоквадратичні відхилення шуканих струмів при даному наближенні будуть мало відрізнятися від попередньо знайдених значень.

Результати та аналіз чисельних розрахунків

В результаті прикладу застосування викладеного методу виконано розрахунки перехідних електричних струмів в силових нелінійних колах першого українського електровоза ДЕ 1, до якого прикладена імовірнісна напруга з середнім значенням $U = 3260\,\hat{A}$ та з середньоквадратичним відхиленням $\sigma_U = 217{,}5\,\hat{A}$. Розрахунки здійснено для паралельного з’єднання тягових електричних двигунів послідовного збудження з параметрами: активні опори обмотки якоря, компенсаційної обмотки, обмотки збудження та індуктивного шунта відповідно дорівнюють (Ом): 0,026; 0,025; 0,019; 0,022; індуктивності обмотки якоря, обмотки збудження та індуктивного шунта відповідно (Гн): 1,56·10-3; 4,9·10-3; 4·10-3.

На рис. 2-4 зображено часові залежності математичних сподівань і середньоквадратичних відхилень перехідних струмів. Результати отриманих розрахунків підтверджені результатами промислових випробувань електровозів.

Висновки

Запропонований метод імовірнісного аналізу є ефективним, адекватно підтвердженим, методом чисельного розрахунку перехідних стохастичних електромагнітних процесів в нелінійних динамічних системах.

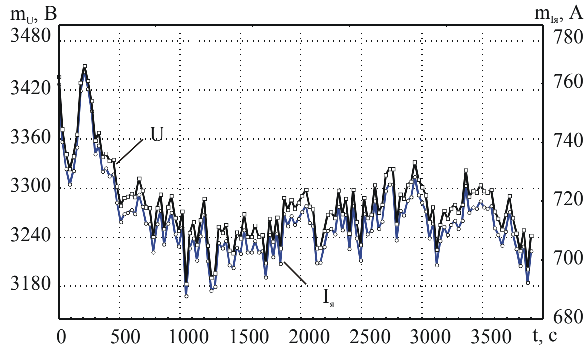

Рис. 2. Залежності математичних сподівань напруги на струмоприймачі електровоза m_U та струму якоря $m_{I\text{ÿ}}$

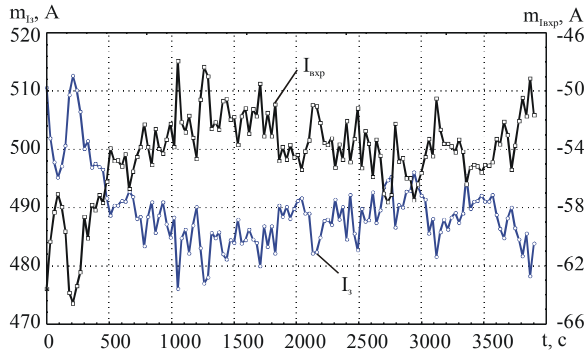

Рис. 3. Залежності математичних сподівань струму в обмотці збудження двигуна $m_{I\text{ç}}$ та вихрового струму $m_{I\,\text{âõð}}$

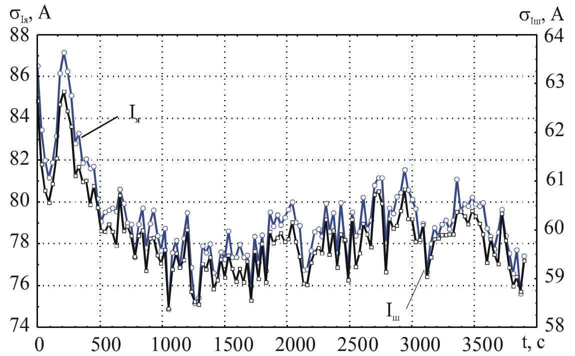

Рис. 4. Залежності середньоквадратичних відхилень струму якоря $\sigma_{I\text{ÿ}}$ та струму в шунтувальній вітці $\sigma_{I\text{ø}}$

Бібліографічний список

1. Пугачёв, В. С. Теория случайных функций и её применение к задачам автома-

тического управления [Текст] / В. С. Пугачев. М: Физматгиз, – 1960. – 883 с.
2. Лившиц, Н. А. Вероятностный анализ систем автоматического управления [Текст] Н. А. Лившиц, В. Н. Пугачёв – М: Советское радио, 1963. - Т.1 –482 с.; Т.2 – 895 с.
3. Казаков, И. Е. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем [Текст] / И. Е. Казаков, Б. Г. Доступов. – М: Гос. изд. физ.-мат. лит-ры, – 1962. – 331 с.
4. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей [Текст] / Е. С. Вентцель – М: Наука, – 1969. – 576 с.
5. Тихонов, В. В. Нелинейные преобразования случайных процессов [Текст] / В. В. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1986. – 296 с.
6. Свешников, А. А. Прикладные методы теории случайных функций [Текст] / А. А. Свешников. – М.: Наука, 1968. – 463 с.

Ключові слова: метод імовірнісного аналізу, перехідні струми, нелінійні кола.

Ключевые слова: метод вероятностного анализа, переходные токи, нелинейные цепи.

Key words: probabilistic analysis, transitional currents, nonlinear circuits.

Надійшла до редколегії 23.12.2010.
Прийнята до друку 24.12.2010.

УДК 621.311

ГОНЧАРОВ Ю. П. – д.т.н., профессор (Национальный технический университет «Харьковская политехнический институт»)
ПАНАСЕНКО Н. В. – к.т.н., доцент (НТУ «ХПИ»)
ГАВРИЛЮК В. И. – д.ф.-м.н., профессор (ДНУЖТ)
СЫЧЕНКО В. Г. – к.т.н., с.н.с. (ДНУЖТ)

ПРИНЦИПЫ РЕАЛИЗАЦИИ АКТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ ПОСТРОЕНИИ СОВРЕМЕННЫХ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ТЯГИ

Анализ состояния проблемы и постановка задачи работы

В ряде работ авторами предложена и частично изучена структура преобразовательного агрегата для тяговых подстанций, показанная на рис. 1. Она содержит основной выпрямитель (ОВ) по традиционной 12-пульсной схеме и обратимый вольтодобавочный преобразователь ЗВ с широтноимпульсной модуляцией на запираемых приборах с диапазоном регулирования напряжения порядка ±20%, компенсирующий недостатки основного выпрямителя с точки зрения его электромагнитной совместимости с контактной сетью (КС) и питающей сетью (ПС) [1-3].

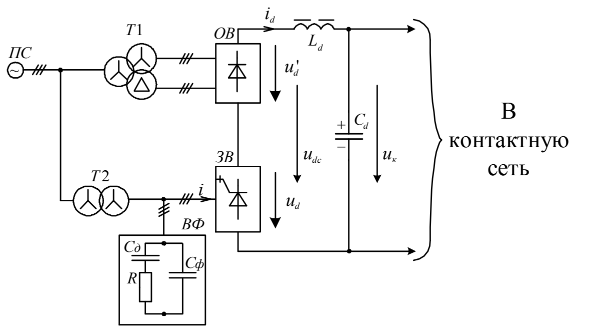

Рис 1. Структура преобразовательного агрегата для тяговых подстанций

В частности, вольтодобавка может выступить в качестве активного фильтра (АФ) канонических и неканонических гармоник выходного напряжения основного выпрямителя, что позволяет радикальным обра-