

УДК 62-83:629

ХВОРОСТ М.В. – д.т.н., професор, Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, mykola.khvorost@kname.edu.ua

ВОРОНОВ Р.В. – асистент, Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, voronovroman19@gmail.com

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ЗМІНИ ВЕЛИЧИНИ ОПОРУ ОБМОТКИ РОТОРА АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ ВІД ОДНОГО ІНВЕРТОРА

### Вступ

За останні десятиліття спостерігається активне витіснення асинхронними двигунами двигунів постійного струму у промислових установках та транспортних засобах, оскільки вони володіють чудовими експлуатаційними показниками, надійністю, відсутністю необхідності постійного обслуговування. У більшості випадків регульований електропривод змінного струму будується за принципом, який передбачає індивідуальне живлення двигуна від інвертора (перетворювача частоти). Проте, в деяких випадках використовують електромеханічні системи, у структурі яких декілька асинхронних двигунів отримують живлення від одного перетворювача, оскільки це спрощує структуру системи, зменшує її вартість та габаритні розміри. Такі системи знаходять своє застосування, в тому числі і у електричних транспортних засобах. Проте, складність системи керування у такому випадку значно зростає, навіть у випадку, якщо двигуни мають однакові параметри та працюють в умовах ідентичних навантажень. При використанні декількох асинхронних двигунів у тязі, де кожний двигун приводить у рух колісну вісь, відповідність механічних характеристик асинхронних двигунів дозволяє уникнути проблем, пов'язаних з прослизанням. У випадку невідповідності характеристик двигунів струми, що протікатимуть через кожний з паралельно підключених двигунів, будуть відрізнятися за величиною, а тому й вели-

чини крутних моментів двигунів будуть відрізнятися, що призведе до виникнення коливань у системі. Тому ідентичність параметрів двигунів та навантажень у такій системі є важливим аспектом її функціонування. Проте, параметри асинхронних двигунів змінюються під час роботи. Як показують проведені раніше дослідження, найбільш суттєвих змін при цьому зазнає величина опору обмотки ротора, яка варіюється зі зміною температури обмоток. Тому дослідження впливу даних змін на роботу системи, що передбачає живлення двох асинхронних двигунів від одного інвертора, є важливим питанням, що потребує наукового вирішення.

### Мета статті

Дослідити функціонування тягової електромеханічної системи, у якій живлення двох асинхронних двигунів здійснюється від одного інвертора за умови зміни величини опору ротора одного з двигунів.

### Огляд літератури

Тягові електромеханічні системи з асинхронними двигунами набули значної популярності. До найбільш популярних підходів до побудови систем керування такими системами є використання векторного керування та прямого керування моментом [1]. У випадку, якщо структура системи передбачає живлення декількох асинхронних двигунів від одного інвертора, керуючі алгоритми необхідно синтезувати з урахуван-

ням можливості виникнення буксування [2] та необхідності його подальшого усунення. Підходи до розробки математичних моделей таких систем описані у [3 – 5]. Оскільки при цьому важливим фактором, що впливає на поведінку системи є момент навантаження кожного двигуна, який у випадку тягової системи значно залежить від умов зчеплення, то врахування зчеплення колісних пар з рейками [6] є неодмінною умовою, що забезпечить адекватність математичної моделі та високі показники якості системи керування, що розроблена на її основі. Варіанти систем векторного керування для двох двигунів змінного струму представлені як для випадку використання у якості тягових синхронних двигунів з постійними магнітами [7], так і для випадку використання асинхронних двигунів [8]. Проте, при розробці відповідних систем приймалося, що параметри двигуна під час його роботи є постійними. Таке допущення не відповідає дійсності, оскільки активні опори змінюються зі зміною температури обмоток, а індуктивності – зі зміною величини струму в обмотках. Тому дослідження поведінки тягової електромеханічної системи з двома асинхронними двигунами, що живляться від одного інвертора, при використанні векторного керування та в умовах зміни параметрів двигунів є актуальним напрямком їх розвитку.

### Основний матеріал

Розглянемо рівняння математичного опису асинхронного двигуна у синхронній системі координат dq:

$$u_{sd} = \frac{d\psi_{sd}}{dt} + R_s i_{sd} + \omega_s \psi_{sd}; \quad (1)$$

$$u_{sq} = \frac{d\psi_{sq}}{dt} + R_s i_{sq} + \omega_s \psi_{sq}; \quad (2)$$

$$\psi_{sd} = L_s i_{sd} + L_m i_{rd}; \quad (3)$$

$$\psi_{sq} = L_s i_{sq} + L_m i_{rq}; \quad (4)$$

$$\psi_{rd} = L_r i_{rd} + L_m i_{sd}; \quad (5)$$

$$\psi_{rq} = L_r i_{rq} + L_m i_{sq}; \quad (6)$$

де  $\psi_{sd}, \psi_{sq}$  – проекції вектору потокозчеплення статора на осі синхронної системи координат dq;  $u_{sd}, u_{sq}$  – проекції вектору напруги статора на осі синхронної системи координат dq;  $\psi_{rd}, \psi_{rq}$  – проекції вектору потокозчеплення ротора на осі синхронної системи координат dq;  $L_s$  – власна індуктивність обмотки статора;  $L_r$  – власна індуктивність обмотки ротора;  $L_m$  – взаємна індуктивність обмоток статора і ротора;  $\omega_s$  – синхронна частота обертів;  $R_s$  – активний опір обмотки статора.

Виконавши математичні перетворення, отримуємо:

$$\psi_{sd} = \sigma L_s i_{sd} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{rd}; \quad (7)$$

$$\psi_{sq} = \sigma L_s i_{sq} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{rq}; \quad (8)$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}, \quad (9)$$

де  $\sigma$  – коефіцієнт розсіяння двигуна.

Підставивши вирази для потокозчеплень у рівняння складових вектору напруги, отримуємо:

$$u_{sd} = \frac{d}{dt} \left( \sigma L_s i_{sd} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{rd} \right) + R_s i_{sd} + \omega_s \left( \sigma L_s i_{sq} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{rq} \right); \quad (10)$$

$$u_{sq} = \frac{d}{dt} \left( \sigma L_s i_{sq} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{rq} \right) + R_s i_{sq} + \omega_s \left( \sigma L_s i_{sd} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{rd} \right). \quad (11)$$

Виконаємо перехід від часових функцій до зображень по Лапласу:

$$u_{sd} = \sigma L_s p i_{sd} + \frac{L_m}{L_r} p \psi_{rd} + R_s i_{sd} + \omega_s \left( \sigma L_s i_{sq} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{rq} \right); \quad (12)$$

$$u_{sq} = \sigma L_s p i_{sq} + \frac{L_m}{L_r} p \psi_{rq} + R_s i_{sq} + \omega_s \left( \sigma L_s i_{sd} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{rd} \right). \quad (13)$$

Виразимо похідні складових вектору поточозчеплення ротора:

$$u_{sq} = \sigma L_s p i_{sq} + \frac{L_m}{L_r} p \psi_{rq} + R_s i_{sq} + \omega_s (\sigma L_s i_{sd} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{rd}). \quad (14)$$

$$p \psi_{rd} = \frac{L_r}{L_m} (u_{sd} - \sigma L_s p i_{sd} - R_s i_{sd} - \omega_s (\sigma L_s i_{sq} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{rq})); \quad (15)$$

$$p \psi_{rq} = \frac{L_r}{L_m} (u_{sq} - \sigma L_s p i_{sq} - R_s i_{sq} - \omega_s (\sigma L_s i_{sd} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{rd})). \quad (16)$$

Дані рівняння дозволяють здійснювати оцінку складових вектору поточозчеплення ротора з використанням рівнянь електричної рівноваги статорних ланцюгів асинхронного двигуна. В той же час, існує можливість використання рівнянь електричної рівноваги. Тоді адаптивна модель для оцінки складових вектору поточозчеплення ротора може будуватися з використанням наступних залежностей (символом  $\hat{\phantom{x}}$  позначено величини, що визначаються непрямим шляхом):

$$p \hat{\psi}_{rd} = \frac{L_m R_r}{L_r} i_{sd} - \frac{R_r}{L_r} \hat{\psi}_{rd} + (\omega_s - \omega_r) \hat{\psi}_{rq}; \quad (17)$$

$$p \hat{\psi}_{rq} = \frac{L_m R_r}{L_r} i_{sq} - \frac{R_r}{L_r} \hat{\psi}_{rq} + (\omega_s - \omega_r) \hat{\psi}_{rd}. \quad (18)$$

Виконаємо дослідження стійкості електромеханічної системи з двома асинхронними двигунами, що живляться від одного інвертора. З цією метою представимо математичний опис асинхронного двигуна у системі координат, що обертається, у матричній формі:

$$p \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & \omega_s & k_2 & k_3 \omega_r \\ -\omega_s & -k_1 & -k_3 \omega_r & k_2 \\ k_4 & 0 & -k_5 & \omega_{s1} \\ 0 & k_4 & -\omega_{s1} & -k_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma L_s} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

де

$$k_1 = \frac{1}{\sigma L_s} (R_s + \frac{L_m^2 R_r}{L_r^2}); \quad (21)$$

$$k_2 = \frac{1}{\sigma L_s} \frac{L_m R_r}{L_r^2}; \quad (22)$$

$$k_3 = \frac{1}{\sigma L_s} \frac{L_m}{L_r}; \quad (23)$$

$$k_4 = \frac{L_m R_r}{L_r}; \quad (24)$$

$$k_5 = \frac{R_r}{L_r}. \quad (25)$$

У просторі станів дана динамічна система може бути описана наступними рівняннями:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu; \quad (26)$$

$$y = Cx,$$

де

$$x = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix}; \quad (27)$$

$$A = \begin{bmatrix} -k_1 & \omega_s & k_2 & k_3\omega_r \\ -\omega_s & -k_1 & -k_3\omega_r & k_2 \\ k_4 & 0 & -k_5 & \omega_{s1} \\ 0 & k_4 & -\omega_{s1} & -k_5 \end{bmatrix}; \quad (28)$$

$$B = \frac{1}{\sigma L_s} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (29)$$

$$u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}; \quad (30)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Для дослідження впливу опору обмотки ротора на роботу двигуна виконаємо лінеаризацію системи в околі деякої робочої точки  $x_0$ :

$$x_0 = \begin{bmatrix} i_{sd0} \\ i_{sq0} \\ \Psi_{rd0} \\ \Psi_{rq0} \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Для малих сигналів маємо:

$$\frac{d\Delta x}{dt} = A\Delta x + \Delta A x_0; \quad (33)$$

$$\Delta y = C\Delta x,$$

де

$$\Delta A = \Delta\omega_r \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

З урахуванням отриманих математичних залежностей чутливість до зміни величини опору ротора можна оцінити наступним чином:

$$\frac{\Delta\omega_r}{\Delta R_r} = \frac{\Psi_{rd0}^2}{L_m R_{r0} i_{sq0}} - \frac{\Psi_{rd0} i_{sd0}}{R_{r0} i_{sq0}} - \frac{\Psi_{rd0} \Delta i_{sd0}}{i_{sq0} \Delta R_r}. \quad (35)$$

Даний аналітичний вираз може використовуватися при побудові систем компенсації впливу величини обмотки ротора на функціонування системи з двома асинхрон-

ними двигунами, що живляться від одного інвертора.

Виконаємо дослідження впливу величини опору обмотки ротора на функціонування системи шляхом математичного моделювання. На рис. 2-3 представлено результати моделювання пуску та подальшого накидання навантаження (у момент часу 2.5 с) тягової електромеханічної системи, у якій живлення двох асинхронних двигунів здійснюється від одного інвертора за умови рівності параметрів схем заміщення.

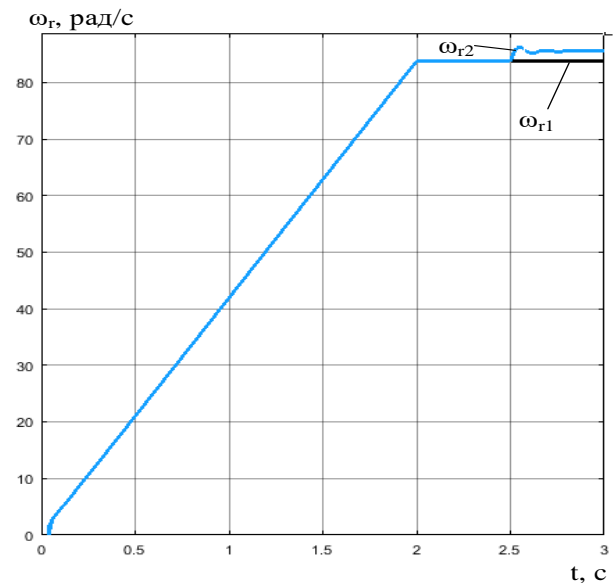


Рис. 2 – Графік кутових швидкостей двигунів за ідентичних значень опору ротора

З графіку швидкості видно, що під час пуску та подальшої роботи з ідентичним навантаженням кутові швидкості двигунів є рівними. При накиданні навантаження першого двигуна виникає нерівність кутових швидкостей обох двигунів.

На рис. 4-5 представлено результати моделювання пуску та подальшого накидання навантаження (у момент часу 2.5 с) тягової електромеханічної системи, у якій живлення двох асинхронних двигунів здійснюється від одного інвертора за умови, що опір ротора другого двигуна у 2 рази збільшився внаслідок нагріву.

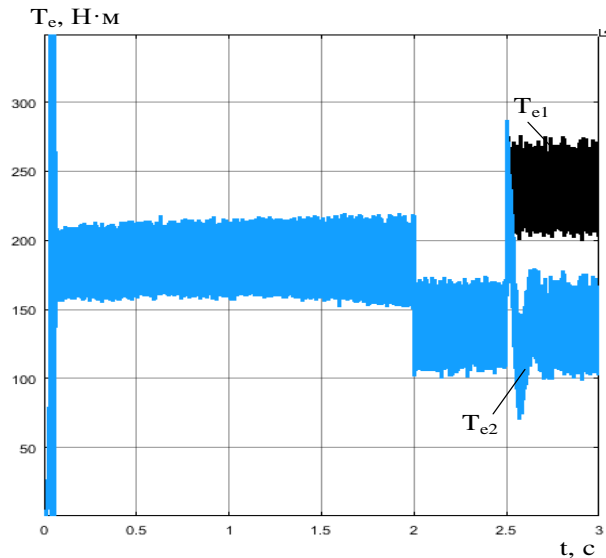


Рис. 3 – Графік електромагнітних моментів двигунів за ідентичних значень опору ротора

З графіку швидкостей двигунів видно, що в цьому випадку під час розгону спостерігаються незначні коливання кутової швидкості, а значення швидкостей, як у переходному, так і в усталеному режимі роботи є рівними навіть за умови ідентичного навантаження.

### Висновки

У роботі розглянуто тягову електромеханічну систему з двома асинхронними двигунами, що живляться від одного інвертора. В результаті аналізу існуючих підходів до побудови систем векторного керування двома Найбільших змін під час роботи зазнає величина опору обмотки ротора двигуна, оскільки вона змінюється зі змінною температурою. В той же час, дана величина відіграє значну роль у коректному функціонуванні системи векторного керування, оскільки використовується під час визначення складових вектору потокозчеплення ротора, які застосовуються для полеорієнтації системи координат, що обертається паралельно підключеними двигунами виявлено, що врахування зміни параметрів не здійснюється.

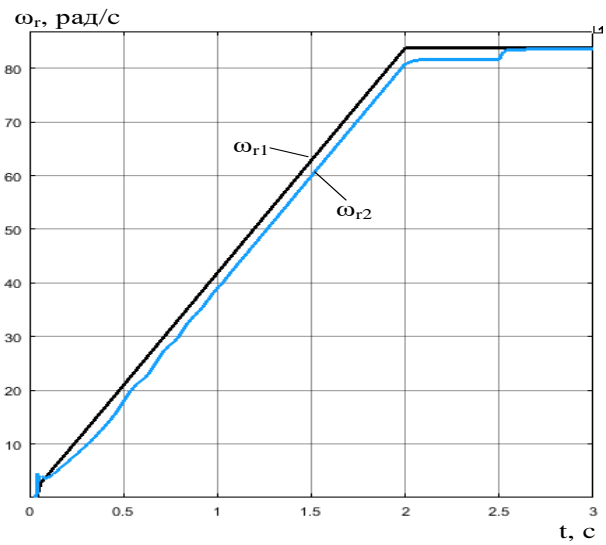


Рис. 4 – Графік кутових швидкостей двигунів за неідентичних значень опору ротора

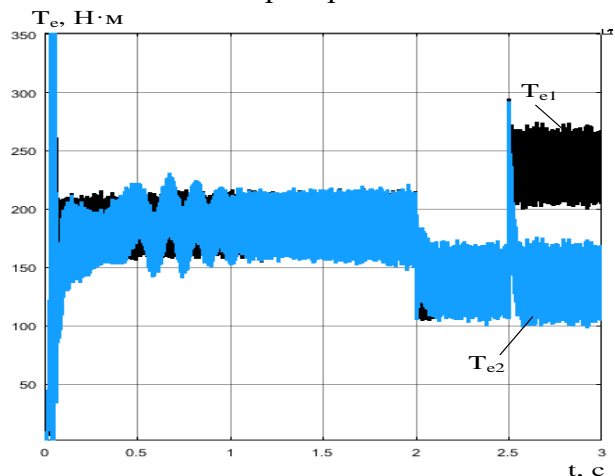


Рис. 5 – Графік електромагнітних моментів двигунів за неідентичних значень опору ротора

### Бібліографічний список

1. Космодамянский, А.С. Прямое управление моментом асинхронных двигателей при их питании от одного преобразователя частоты / А.С. Космодамянский, В.И. Воробьев, А.А. Пугачев // Электротехника. – 2015. – №9. – С. 29-35.
2. Владыкин, А.В. К вопросу о математическом моделировании влияния импульсного инвертора на процессы буксования колес

- ной пары в предельных условиях эксплуатации / А.В. Владыкин, Н.О. Фролов // Инновационный транспорт. 2015. – №2 (16). – С. 36-37.
3. Колпахчян, П.Г. Управление двумя асинхронными двигателями при питании от одного инвертора / П.Г. Колпахчян // Известия высших учебных заведений: Электромеханика. – 2006. – №2. – С. 45-51.
  4. Бондарев, О.М. Про вплив частот живлення статорних обмоток асинхронних тягових двигунів на динамічну навантаженість елементів тягових приводів локомотивів / О.М. Бондарев // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту «Наука та прогрес транспорту». – 2010. – №31. – С. 11-24.
  5. Савоськин, А. Н. Исследование сцепных свойств вагона электропоезда на четырёх одноосных тележках / А. Н. Савоськин, Е. В. Сердобинцев, С. Д. Крушев, П. Н. Званцев // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. - 2005. - Вип. 8. - С. 95-100. - Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/vdnuzt\\_2005\\_8\\_21](http://nbuv.gov.ua/UJRN/vdnuzt_2005_8_21)
  6. Заполовский, Н.И. Моделирование тягового электропривода дизель поезда с учетом сцепления колесных пар с рельсами / Н.И. Заполовский, С.И. Червонный, Р.М. Грыб // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт». Серия: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2006. – № 23. – С. 61-66.
  7. Bidart, D. Mono inverter dual parallel PMSM – Structure and control strategy / D. Bidart, M. Pietrzak-David, P. Maussion, M. Fadel // 34<sup>th</sup> Annual Conference of IEEE Industrial Electronics. – 2008. – P. 268-273.
  8. Guo L. Weighted torque current control for high speed train with dual induction motors fed by a single inverter / L. Guo, Z. Yang, F. Lin, X. Tu // IECON 2015 41st Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. – 2015. – P. 2723-2728.
  9. Kawai H. Characteristics of speed sensorless vector control of parallel connected dual induction motor fed by a single inverter / H. Kawai, Y. Kouno, K. Matsuse // Proceedings of the Power Conversion Conference. – 2002. – Vol. 2. – P. 522-527.
  10. Joshi, B.M. Two-motor single inverter field-oriented induction machine drive dynamic performance / B.M. Joshi, M.C. Chandorkar // Sadhana. – Indian Academy of Sciences. – 2014. – Vol. 39, iss. 2. – P. 391-407.
  11. Shi, W. Study of speed sensorless control methodology for single inverter parallel connected dual induction motors based on the dynamic model / W. Shi, R. Wang, Y. Wang, Y. He, Z. Wang, J. Liu // CES/IEEE 5th International Power Electronics and Motion Control Conference. – 2006. – P. 1-5.
  12. Janous, S. Predictive control of parallel induction motors fed by single inverter with common current sensors / S. Janous, J. Talla, Z. Peroutka, V. Smidl // 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. – 2018. – P. 5843-5848.
  13. Ghani, P. Analysis of electromechanical model of traction system with single inverter dual induction motor / P. Ghani, M. Arasteh, H. R. Tayebi // 7th Power Electronics and Drive Systems Technologies Conference. – 2016. – P. 99-104.
  14. Qi L. Study of speed-sensorless weighted vector control of parallel connected induction motors drive / L. Qi, C. Wang, X. You // International Power Electronics and Application Conference and Exposition. – 2014. – P. 553-559.
- Ключові слова:** тяговий електропривод, асинхронний двигун, векторне керування, стійкість системи.
- Ключевые слова:** тяговий електропривод, асинхронный двигатель, векторное управление, устойчивость системы.
- Keywords:** traction electric drive, induction motor, vector control, stability of the dynamic system.
- Рецензенти:**  
Д. Т. Н., проф. Харченко В.Ф.,  
Д. Т. Н., проф. Бабаєв М.М.
- Надійшла до редколегії 08.04.2019.  
Прийнята до друку 22.04.2020.